



**SACHFACHSTUDIUM IM AUSLAND**  
VIER PROJEKTE VON EULA-STUDIERENDEN

# MATHS and MUSIC

“Good temper-(ament) with the help of mathematics?”

TANJA SOMMER

Die ersten Überlegungen zum Projekt “MATHS and MUSIC” begannen im Sommer 2012 vor meiner Abreise nach Schottland. Während des Studiums an der *University of Aberdeen* entwickelten sich konkrete Ideen, wie ich den Dudelsack, als typisches Merkmal Schottlands, mit meinem bilingualen Fach Mathematik in Verbindung bringen könnte.

Das Projekt bestand darin, mithilfe von Intervallen, Tonleitern und Stimmungssystemen zu prüfen, ob es möglich ist, ein Holzblasinstrument so zu stimmen, dass es mit einem Dudelsack zusammenspielen kann. Insbesondere wurden die Unterschiede der Stimmungs-

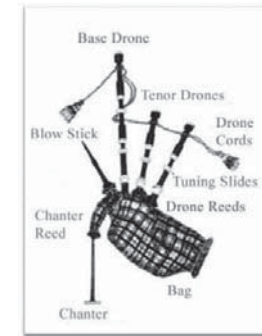
systeme beider Instrumente analysiert, um mithilfe der Mathematik herauszufinden, wie die Instrumente gestimmt werden müssen, sodass eine Harmonie entsteht.

Inspirationen im Vorfeld und während des Projekts erhielt ich nicht nur durch Expertinnen und Experten und vielerlei Literatur, sondern auch von Dudelsackspielern vor Ort. „Over the years people have used maths to describe, analyse and create music.“ (Harkleroad, 2006, S. 2) Mit diesem Hintergrundwissen begann die Erforschung der unterschiedlichen Tonleitern, angefangen bei Pythagoras, über die reine Stimmung, bis hin zum Quintenzirkel. Während dieser Entwicklung stießen Fachleute aus der Mathematik und Musik immer wieder an ihre Grenzen bezüglich des Transponierens (*pythagorean und syntonic comma*).

Um die Hintergründe der Schwierigkeiten zwischen Tonleitern, Mathematik und Harmonien zu verstehen, ist es wichtig zu wissen, dass Pythagoras herausfand: „that the interval of perfect fifth, corresponding to a frequency ratio 3:2 is particularly consonant.“ (Benson, 2008). Nach diversen Experimenten kam er zu folgender Erkenntnis: „The simpler the ratio, the more harmonious the sound!“



spielen für eine Querflöte und eine GHB so schwierig ist, begann ich, die Oktave einer Querflöte sowie einer GHB aufzunehmen.



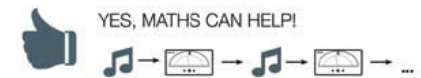
## Ergebnis:

Die Mathematik half mir, die Unterschiede der Stimmungssysteme beider Instrumente auf einen gemeinsamen Nenner zu bringen. Das Intervall zwischen einem A der GHB und einem A der Querflöte ist 132,22 cent. Mit der Formel:  $\ln(f_1/f_2) \times 1200 \div \ln(2)$  sowie dem Wissen, dass ein Halbton im Quintenzirkel aus 100 cent besteht, konnte ich daraus schließen, dass ich auf der Querflöte einen Halbton höher spielen musste. Somit fehlten noch 32,22 cents. Die Formel:  $440\text{Hz} \times 2^{1/12} = 467,22\text{ Hz}$  zeigte mir, dass schließlich nur noch 8,78 Hz fehlten, um mit der GHB zusammenspielen zu können. Mithilfe eines Stimmgeräts sowie eines Analysespektrums konnte ich die Werte für die restlichen Noten der Oktave auswerten.

## Problem:

Die komplexen Stimmungssysteme machten das gemeinsame Musizieren unterschiedlicher Instrumente schwierig. Somit waren Mathematikerinnen und Mathematiker bestrebt, die besten Intervallverhältnisse einer Tonleiter herauszufinden. Mit dem Quintenzirkel teilten sie die Oktave in zwölf gleich große Intervalle. Dabei wurde die von Pythagoras einst aufgestellte These – je einfacher das Verhältnis zweier Noten, desto harmonischer ihr Klang – missachtet. Da  $2^{1/12}$  eine irrationale Zahl ist und nicht als Bruch dargestellt werden kann, stellte sich hier die Frage: „What happens with the temper-(ament) of maths and music?“

## Fazit:



## Experiment:

Bevor die von mir vorgeschlagene Lösung demonstriert wird, möchte ich noch auf die Merkmale der Great Highland Bagpipe (GHB) aufmerksam machen (vgl. Muheim, 2014). Diese Unterschiede im Vergleich zu einem Holzblasinstrument erschwerten das Experiment erheblich. Um herauszufinden, warum das Zusammen-



Tanja Sommer studiert im 10. Semester Europalehramt für Realschule mit den Fächern Englisch, Mathematik und ev. Theologie an der Pädagogischen Hochschule Karlsruhe. Das Projekt „MATHS and MUSIC“ wurde im Sommer- und Wintersemester 2013 geplant und ausgearbeitet und im Juli 2014 präsentiert.



## TEXTQUELLEN VON ALLEN VIER STUDIERENDENPROJEKTEN

---

- BENSON, D. (2007).** A mathematical offering. Cambridge: University Press.
- BERNES, CLAES (2005).** Change Beneath the Surface. An In-Depth Look at Sweden's Marine Environment. Värnamo: Swedish Environmental Protection Agency.
- DELAWARE DEPARTMENT OF NATURAL RESOURCES AND CONTROL.** Delaware Shorebird Project. Download unter <http://www.dnrec.delaware.gov/Pages/Portal.aspx> (Stand: 30.04.2015).
- FISHERIES AND OCEANS CANADA (DFO).** Aquaculture in Canada: Integrated Multi-Trophic Aquaculture (IMTA). Download unter [http://www.dfo-mpo.gc.ca/aquaculture/sci-res/imta-amti/DFO\\_Aquaculture-IMTA-eng.pdf](http://www.dfo-mpo.gc.ca/aquaculture/sci-res/imta-amti/DFO_Aquaculture-IMTA-eng.pdf) (Stand: 01.05.2015).
- FOOD AND AGRICULTURE ORGANIZATION OF THE UNITED NATIONS (FAO) (2009).** Integrated mariculture - a global review. Rome: FAO Fisheries and Aquaculture Technical Paper.
- HARKLEROAD, L. (2006).** The Maths behind the Music. Cambridge: University Press.
- MUHEIM, PHILIPP (2013/2014).** Piper and pipe maker. Download unter <http://home.datacomm.ch/phmu/index.html> (Stand: 01.05.2015).
- SHINE, ADRIAN (2006).** Loch Ness. Drumnadrochit: Loch Ness Project.
- STATISTICS SWEDEN (SCB) (2012).** Vattenbruk (2003-2012) – Aquaculture in Sweden (2003-2012). Download unter [http://www.scb.se/Statistik/JO/JO1201/2012A01/JO1201\\_2012A01\\_SM\\_JO60SM1301.pdf](http://www.scb.se/Statistik/JO/JO1201/2012A01/JO1201_2012A01_SM_JO60SM1301.pdf) (Stand: 01.05.2015)
- THE SWEDISH ENVIRONMENTAL PROTECTION AGENCY (2008).** Ecosystem Services provided by the Baltic Sea and Skaggerrak. Stockholm: Naturvårdsverket.
-